

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.2020.04.008

区域性地面沉降形状参数 c_1 、 c_2 与抽水量 Q 的关系*

杨建民^{1,2}, 孙海涛¹, 霍王文³

(1. 天津大学建筑工程学院土木工程系, 天津 300072; 2. 天津大学滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室, 天津 300072; 3. 重庆基准方中建筑设计有限公司, 重庆 401120)

摘要: 地下水开采造成区域性地面沉降, 抽水量对地面沉降有显著影响, 但两者间具体函数关系则缺乏深入的理论研究成果。基于沉降 s —距离 r 间半对数线性关系: $s = c_1 + c_2 \ln r$, 进一步推导得到地面沉降漏斗的两形状参数最大沉降量 c_1 、半对数空间沉降漏斗面斜率 c_2 与抽水量 Q 呈线性关系, 建立了 c_1 、 c_2 与 Q 间线性关系式, 即抽水时段内地面沉降形状参数 c_1 、 c_2 与该时段内总抽水量 Q 均成正比。通过第三方文献两个工程案例中地面沉降实测数据和抽水量间函数关系的回归, 以上关系式获得良好验证。为避免工程案例验证公式的偶然性, 应用地下水数值模拟软件 Processing MODFLOW 建立数值模型进一步对关系式进行验证, 分别建立群井同流量不同时长抽水和群井同时长不同流量抽水两种情况导致地面沉降, 数值计算结果也验证了抽水时段内 c_1 、 c_2 与 Q 成正比。以上函数关系式简便实用, 可为地面沉降预测和地下水开采规划提供依据, 具有广泛应用价值。

关键词: 沉降; 形状参数; 抽水量; 线性回归

中图分类号: P642; TU42 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2020)04-0543-13

Relation between Regional Land Subsidence Shape Parameter and Pumping Discharge

YANG Jianmin^{1,2}, SUN Haitao¹, HUO Wangwen³

(1. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety(Tianjin University), Ministry of Education, Tianjin 300072, China;

3. Chongqing JZfz Architectural Design Co., Ltd., Chongqing 401120, China)

Abstract: Exploitation of groundwater leads to land subsidence. Pumping discharge has great effect on settlement. But the detailed theoretical relationship between land subsidence and pumping discharge has not been revealed. Based on linear s - $\ln r$ relation between subsidence and distance: $s = c_1 + c_2 \ln r$, a linear correlation was found between the constants c_1 , c_2 and the pumping discharge Q . Shape parameter c_1 represents the max subsidence at the center of land subsidence funnel. Shape parameter c_2 represents the slope of land subsidence funnel. These two equations were proved by the measured data from two engineering cases in literature. The results from the numerical model established by groundwater simulation software Processing MODFLOW verified the linear equations too. So the theoretical relationship between land subsidence and pumping discharge was founded. The result of this paper is simple and applicable. The shape parameter c_1 , c_2 can be obtained by regression analysis from long-term

* 收稿日期: 2018-07-16; 修回日期: 2018-11-28

基金项目: 天津大学北洋学者-青年骨干教师计划(2015)资助

作者简介: 杨建民(1979-), 男, 副教授, 硕导, 博士。主要从事地面沉降方面的研究。Email: yangjianmin@tju.edu.cn

monitoring data at subsidence region. Result from regression analysis can also be used to predict the land subsidence trend in future. It has comprehensive applications in engineering.

Keywords: land subsidence; shape parameter; pumping discharge; linear regression

引言

地面各点沉降值与抽水量之间的关系是区域性地面沉降研究中的核心内容之一。目前对地面沉降值的研究主要采取三种方法:一是经验方法,二是基于理论法的数值模拟验证和预测地面沉降值,三是监测地面沉降。经验方法是依据已有的观测资料建立地面沉降与某种和沉降密切相关的因素(一般为时间)之间的相关关系,并利用这种关系向不远的将来外延^[1]。数值模拟是应用各种软件如 Modflow、Feflow 等将地下水流动计算和土体变形耦合而获得地面沉降值。地面沉降监测的新技术,包括差分全球定位系统(DGPS)和合成孔径雷达干涉(InSAR),以非常高的精度从空中进行监测^[2]。经验法、数值法和监测法这三种方法各有优缺点,互为补充,在地面沉降研究中发挥各自的作用。

经验方法包括一些简单公式,显示了对地面沉降和抽水量之间关系的定性认识,如 T.J. Burbey^[3] 根据理论推导得到:

$$S = \frac{5.46\Delta bT}{Q} \quad (1)$$

式中, S 为含水层的贮水系数; T 为含水层的导水系数, m^2/d ; Q 为给定时间周期内的抽水量即抽水井的恒定流量, m^3/d ; Δb 为给定时间周期内含水层系统的压缩量, m 。

变换式(1)得:

$$\Delta b = \frac{SQ}{5.46T} \quad (2)$$

式(2)表明单个测点地面沉降量与流量大小有关。E.T.Hamrahan等^[4]提出一个简单公式可以考虑抽水后随时间发展的土层沉降量,但公式中未包含流量的影响。

根据地下水位变化和土层变形监测资料,分析可得各地地面沉降的主要影响因素。N.Phen-wej等^[5]阐述了20世纪80年代至21世纪初近30年来曼谷的抽水量、地下水位下降值、地面沉降速率、地面沉降值等数据;X.Q.Shi等^[6,7]对上海和苏锡常地区1981~2001年地下水抽水量、地下水位变化、各土层变形和地面沉降的发展变化进行了详细的阐

述和分析。刘飞^[8]研究了上海市1980年至1995年间含水层水位变化和地面沉降发展,结论为开采深层第四承压含水层地下水是造成上海市地面沉降的主要原因。

由于地层不均匀性、地质构造差异、抽水井分散等复杂因素影响,区域性地面沉降值与抽水量之间的关系,以往主要依靠数值计算方法进行研究分析。A.M. Wilson等^[9]应用MODFLOW及其程序包IBS2计算了California的Santa Clara河谷多井不同流量抽水后各时间段产生的地面沉降量。J.H. Kihm等^[10]应用基于Galerkin有限元方法发展的多维水文地质模型COWADE123D研究了一块第四纪河流沉积形成的非饱和含水层在抽水作用下的地下渗流场变化和地面沉降量发展。Domenico Baú等^[11]以欧洲Adriatic海北部山区的一块沉积地为研究对象,应用有限元方法耦合抽水造成的地下水渗流和地面沉降,研究了将潜水层自由面作为透水界面和不透水界面处理对地面沉降的影响。

总结以上相关研究发现,区域性地面沉降与抽水量之间存在必然的相关关系,但两者之间的数学关系式目前尚未有研究成果出现。本文基于区域性地面沉降符合 $s - \ln r$ 半对数线性规律^[12],进一步理论论证和实例验证关系式 $s = c_1 + c_2 \ln r$ 中地面沉降形状参数 c_1, c_2 与抽水流量 Q 呈线性关系。

1 理论论证

1.1 单井抽水时地面沉降公式

杨建民等^[12]论证了单井抽水时造成地面沉降值符合 $s - \ln r$ 线性关系,得到了控制微分方程和地面沉降公式为:

$$\frac{(s_1 - s_2)}{M_1} E_{s_1} = \gamma_w d_{w1} - G_1 M_1 \left[\frac{d^2(s_1 - s_2)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d(s_1 - s_2)}{dr} \right] \quad (3)$$

如图1所示,以抽水井为中心原点的柱坐标系中,变形范围内土体分为 n 层, r 为距中心原点距离, m ; s_n 为各层顶面位移值(取位移为零的面为第 n 层

底面), m ; d_{wn} 为各层内水位降深值, m ; E_{sn} 为各层的压缩模量, MPa ; G_n 为剪切模量, MPa ; M_n 为土层厚度, m 。

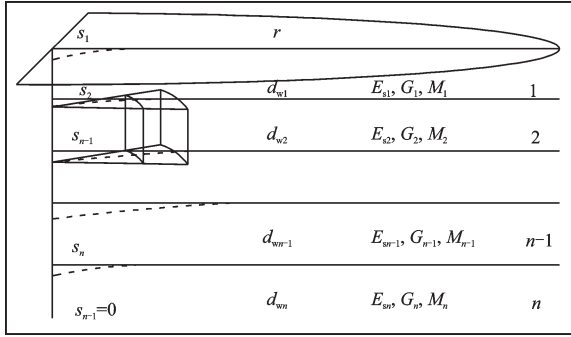


图1 抽水引起沉降的理论分析模型

Fig.1 Illustration of subsidence from groundwater pumping

基于以下假定:

(1) 各土层内土体均质、各向同性; (2) 土体只发生竖向位移; (3) 土体径向相邻两点的位移差引起摩阻力; (4) 土体变形之应力应变满足线性关系。

将抽水区域土层分成 n 层, 假设各层上表面的沉降值分别为 s_1, s_2, \dots, s_n , 第 n 层下表面的沉降值 s_{n+1} 为零。由本构关系可得各土层控制方程。

第 i 层控制微分方程为:

$$\frac{(s_n - s_{n+1})}{M_n} E_{sn} = \gamma_w d_{wn} - \sum_{j=1}^n G_j M_j \left[\frac{d^2(s_j - s_{j+1})}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d(s_j - s_{j+1})}{dr} \right] \quad (4)$$

求解得分层沉降值 s_n 为:

$$s_n = c_{n1} + c_{n2} \ln r \quad (5)$$

式中, γ_w 为水的重度, kN/m^3 ; d_{wn} 为水位降深, m ; c_{n1} 和 c_{n2} 为常数。

1.2 群井抽水时地面沉降公式

杨建民等^[12]论证了群井抽水时造成地面沉降值也符合 $s - \ln r$ 线性关系, 当区域中群井抽水时, 各井引起的土层沉降和地面沉降可以叠加, 在地面处某测点由井 n 导致的地面沉降为:

$$s^n = c^n_1 + c^n_2 \ln R + c^n_2 \ln \left(1 + \frac{\Delta r^n}{R} \right) \quad (6)$$

式中, s^n 为井 n 引起地面某测点的沉降值, m ; r^n 为该测点到井 n 的距离, m ; R 为该测点到区域沉降漏斗中心的距离, m ; Δr^n 为 R 与 r^n 间的差值, m 。

累加得地面沉降值:

$$s_1 = (c^1_1 + c^2_1 + \dots + c^n_1) + (c^1_2 + c^2_2 + \dots + c^n_2) \ln R + \left[c^1_2 \ln \left(1 + \frac{\Delta r^1_1}{R} \right) + c^2_2 \ln \left(1 + \frac{\Delta r^2_1}{R} \right) + \dots + c^n_2 \ln \left(1 + \frac{\Delta r^n_1}{R} \right) \right] \quad (7)$$

当该测点到区域沉降漏斗中心距离 R 较大时,

$\frac{\Delta r^i_1}{R} \ll 1, (i = 1, 2, \dots, n)$, 则:

$$\left[c^1_2 \ln \left(1 + \frac{\Delta r^1_1}{R} \right) + c^2_2 \ln \left(1 + \frac{\Delta r^2_1}{R} \right) + \dots + c^n_2 \ln \left(1 + \frac{\Delta r^n_1}{R} \right) \right] \rightarrow 0 \quad (8)$$

得:

$$s_1 = (c^1_1 + c^2_1 + \dots + c^n_1) + (c^1_2 + c^2_2 + \dots + c^n_2) \ln R \quad (9)$$

令:

$$c_1 = c^1_1 + c^2_1 + \dots + c^n_1 \quad (10)$$

$$c_2 = c^1_2 + c^2_2 + \dots + c^n_2 \quad (11)$$

群井抽水时地面沉降公式为:

$$s_1 = c_1 + c_2 \ln R \quad (12)$$

所以, 群井抽水时导致的区域性地面沉降也符合 $s - \ln r$ 线性关系。

1.3 参数 c_1, c_2 与流量 Q 关系论证

1.3.1 c_1, c_2 与流量 Q 间线性关系推导

由理论推导^[13-14]可知, 第 i 土层:

$$c_{1i} = c'_{1i} + \frac{\gamma_w M_i}{E_{si}} s_{wi} + \frac{2c'_{2i}}{\pi} \ln \frac{2M_i}{\sqrt{3}} \quad (13)$$

$$c_{2i} = -\frac{\gamma_w M_i Q}{2\pi T_i E_{si}} - \frac{2c'_{2i}}{\pi} \quad (14)$$

式中, i 取值为 $1, 2, \dots, n$; M_i 为第 i 土层厚度, m ; E_{si} 为第 i 土层压缩模量, MPa ; T_i 为第 i 土层的导水系数, 即含水土层的渗透系数与其厚度的乘积, m^2/d 。

对于 $i = 1, 2, \dots, n$ 的 n 个土层, 分别累加式(13)、(14)得到参数:

$$c_1 = c'_1 + \frac{\gamma_w M}{E_s} s_w + \frac{2c'_2}{\pi} \ln \frac{2M}{\sqrt{3}} \quad (15)$$

$$c_2 = -\frac{\gamma_w M}{2\pi T E_s} Q - \frac{2c'_2}{\pi} \quad (16)$$

式中, c'_1, c'_2 为零阶 Bessell 方程特解常数; Q 为给定时段内抽水量, m^3/d 。

抽水时水位降深 d_w 与井距 r 满足^[14]:

$$d_w = s_w - \frac{Q}{2\pi T} \ln r \quad (17)$$

则,

$$s_w = d_w + \frac{Q}{2\pi T} \ln r \quad (18)$$

式中, s_w 为抽水井中心水位降深, m; T 为土层的导水系数(含水土层的渗透系数与其厚度的乘积), m^2/d 。

将式(18)代入式(15)得:

$$c_1 = \frac{\gamma_w M \ln r}{2\pi E_s T} Q + c'_1 + \frac{\gamma_w M}{E_s} d_w + \frac{2c'_2}{\pi} \ln \frac{2M}{\sqrt{3}} \quad (19)$$

由式(19)、(16)得系数 c_1 、 c_2 与给定时段内抽水量即流量 Q 呈线性关系, 则设:

$$c_1 = k_1 Q + m_1 \quad (20)$$

$$c_2 = k_2 Q + m_2 \quad (21)$$

式中, k_1 、 m_1 、 k_2 、 m_2 为待定常数。

式(20)、(21)表示, 在某一恒定时间长度内, 系数 c_1 、 c_2 只与该时长内抽水量 Q 有关, k_1 、 m_1 、 k_2 、 m_2 这四个系数是表征土层沉降特性的参数, 与该时长内抽水量 Q 无关, 为恒定值。即研究时段长度一旦确定, 则 k_1 、 m_1 、 k_2 、 m_2 这四个系数即可确定为恒定值, 系数 c_1 、 c_2 随该时段内抽水量 Q 变化而变化。

1.3.2 相等时段内沉降的叠加

在持续的相等抽水时间长度 t_1 和 t_2 ($t_1 = t_2$) 两时段内, 流量分别为 Q_1 和 Q_2 , 抽水产生的地面沉降值分别为 s_{t_1} 和 s_{t_2} , 距离抽水区域中心为 R 处的累计沉降量为:

$$\begin{aligned} s_{t_1} + s_{t_2} &= (c_1^1 + c_2^1 \ln R) + (c_1^2 + c_2^2 \ln R) = \\ &= [(k_1 Q_1 + m_1) + (k_2 Q_1 + m_2) \ln R] + \\ &= [(k_1 Q_2 + m_1) + (k_2 Q_2 + m_2) \ln R] = \\ &= k_1(Q_1 + Q_2) + 2m_1 + [k_2(Q_1 + Q_2) + \\ &= 2m_2] \ln R = 2 \left[k_1 \frac{Q_1 + Q_2}{2} + m_1 + \right. \\ &= \left. \left(k_2 \frac{Q_1 + Q_2}{2} + m_2 \right) \ln R \right] \end{aligned} \quad (22)$$

因 $t_1 = t_2$, 若记 $t_1 + t_2$ 时间长度内平均流量为:

$$\bar{Q} = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (23)$$

则,

$$c_1 = k_1 \bar{Q} + m_1 \quad (24)$$

$$c_2 = k_2 \bar{Q} + m_2 \quad (25)$$

$$s_{t_1} + s_{t_2} = 2(c_1 + c_2 \ln R) \quad (26)$$

式(24)~(26)说明两相等时段内抽水引起的沉降具有线性叠加性, 且 $s - \ln r$ 仍符合线性关系, 区

域性地面沉降值和平均流量 \bar{Q} 或总抽水量 ($Q_1 + Q_2$) 具有线性相关性, 参数 c_1 、 c_2 与平均流量 \bar{Q} 或总抽水量 ($Q_1 + Q_2$) 呈线性关系。

同理, 如果 $t_n = nt_1$, \bar{Q} 为时段 nt_1 内的平均流量, 则:

$$s_m = ns_{t_1} = n(c_1 + c_2 \ln R) \quad (27)$$

$$c_1 = k_1 \bar{Q} + m_1 \quad (24)$$

$$c_2 = k_2 \bar{Q} + m_2 \quad (25)$$

1.3.3 不相等时段内沉降的叠加

在持续的不等抽水时间长度 t_1 和 t_2 ($t_1 \neq t_2$) 两时段内, 流量分别为 Q_1 和 Q_2 , 即前一时段 $t_1 = t$ 内以流量 Q_1 抽水, 而相邻的后一时段 $t_2 = t + \Delta t = nt$ 内以流量 Q_2 抽水, 则抽水产生的地面沉降值分别为 s_{t_1} 和 s_{t_2} , 距离抽水区域中心为 R 处的累计沉降量为:

$$\begin{aligned} s &= s_{t_1} + s_{t_2} = [(k_1 Q_1 + m_1) + (k_2 Q_1 + m_2) \ln R] + \\ &= n[(k_1 Q_2 + m_1) + (k_2 Q_2 + m_2) \ln R] = \\ &= (1+n) \left[k_1 \frac{Q_1 + nQ_2}{1+n} + m_1 \right] + (1+n) \times \\ &= \left(k_2 \frac{Q_1 + nQ_2}{1+n} + m_2 \right) \ln R = (1+n) \times \\ &= \left[\left(k_1 \frac{Q_1 + nQ_2}{1+n} + m_1 \right) + \left(k_2 \frac{Q_1 + nQ_2}{1+n} + m_2 \right) \ln R \right] \end{aligned} \quad (28)$$

令两时段 $t + nt$ 内平均流量为:

$$\bar{Q} = \frac{Q_1 + nQ_2}{1+n} \quad (29)$$

则,

$$\begin{aligned} s &= (1+n) \left[(k_1 \bar{Q} + m_1) + (k_2 \bar{Q} + m_2) \ln R \right] = \\ &= (1+n) [c_1 + c_2 \ln R] \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)表明不等时段不等流量造成的地面沉降值具有叠加效应, 参数 c_1 、 c_2 与平均流量 \bar{Q} 或总抽水量 ($Q_1 + nQ_2$) 呈线性关系。

1.3.4 沉降与抽水流量间函数关系

通过以上论证, 可得以下结论: 抽水引起的区域性地面沉降与总抽水量有关, 总抽水量由抽水时间长度、单位时间内抽水量即流量大小这两因素决定; 不等时段不等流量造成的地面沉降值具有叠加效应, 参数 c_1 、 c_2 与平均流量 \bar{Q} 或总抽水量呈线性关系。

如果抽水一年, 则形成的沉降值为:

$$s_{1a} = c_1 + c_2 \ln R$$

$$= (k_1 Q + m_1) + (k_2 Q + m_2) \ln R \quad (31)$$

$$c_1 = k_1 Q + m_1 \quad (32)$$

$$c_2 = k_2 Q + m_2 \quad (33)$$

式中, Q 为一年内的抽水量, 即年流量。

如果抽水 n 年, 则形成的沉降值为:

$$s_{na} = n(c_1 + c_2 \ln R)$$

$$= n[(k_1 \bar{Q} + m_1) + (k_2 \bar{Q} + m_2) \ln R] \quad (34)$$

式中, \bar{Q} 为 n 年内的平均年流量, 即:

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{n} \quad (35)$$

$$c_1 = k_1 \bar{Q} + m_1 \quad (36)$$

$$c_2 = k_2 \bar{Q} + m_2 \quad (37)$$

从式(34)可以看出, 如果是多年抽水, 则 nc_1 、 nc_2 与累计抽水量 $n\bar{Q}$ 对应成线性关系, 同时相应的, c_1 、 c_2 与年平均抽水量 \bar{Q} 对应成线性关系。

2 工程实例验证

2.1 平湖市地面沉降工程实例

本验证实例的数据源自文献[15], 该文献具有2006~2009年每年抽水量及与之对应的观测点沉降数据, 可以对本文相等时段时沉降公式(30)中参数 c_1 、 c_2 与年流量 Q 间函数关系进行验证。

杭嘉湖区域是长江三角洲地区地面沉降最严重的区域之一, 其中隶属于嘉兴市的平湖市是嘉兴市地面沉降最严重的地区。近些年嘉兴市地下水开采量统计见表1, 平湖市2008年地面沉降量等值线如图2所示。需要说明, 嘉兴市地面沉降出现多个沉降漏斗, 因此, 在分析抽水量 Q 与参数 c_1 、 c_2 时, 针对某一沉降漏斗中心分析, 应取抽水量 $Q' = kQ$, 其中 k 的范围为 $0 \sim 1$ 。由于仅研究 Q 与 c_1 、 c_2 是否具有线性关系, 所以取值嘉兴市总抽水量 Q 计算

表1 嘉兴市地下水开采量

Table 1 Statistical table of groundwater pumping discharge in Jiaxing

年份	开采量/ $10^4 m^3$
2006年	10 153.0
2007年	9 348.6
2008年	9 076.0
2009年	7 959.7

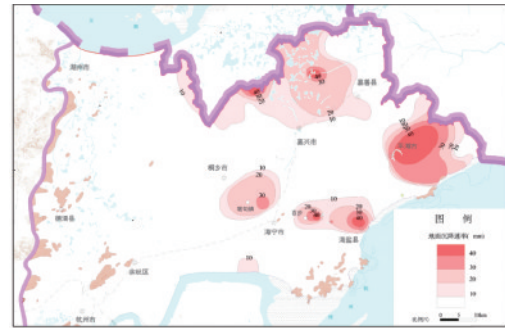


图2 平湖市2008年地面沉降量等值线

Fig.2 The contour plot of land subsidence of Pinghu in 2008

并不影响线性相关性。

验证过程中计算步骤如下:(1)选取图2平湖市沉降中心直线所示径向为研究方向, 取直线与沉降等值线的4个交点为研究点;(2)根据文献监测资料提取平湖市2006~2009年各年沉降量与选取测点距抽水中心实际距离数据见表2;(3)拟合观测点4个抽水时间段内沉降—距离的 $s - \ln r$ 半对数曲线如图3所示, 得每个时间段的公式(31)中参数 c_1 、 c_2 数值见表3;(4)拟合4个抽水时间段内参数 c_1 、 c_2 和年流量 Q 的直线如图4、5所示, 线性关系中参数 k_1 、 k_2 、 m_1 、 m_2 数值见表4。

表2 选取观测点累计沉降量及参数

Table 2 Cumulative settlement at observation site and the distance to pumping center

当年累计 沉降量/m	选取测点距抽水中心实际距离/m			
	2006年	2007年	2008年	2009年
0.04	3 333	4 590	4 032	—
0.03	5 167	5 082	5 645	4 262
0.02	7 000	7 377	7 097	5 082
0.01	9 334	9 836	9 032	5 902

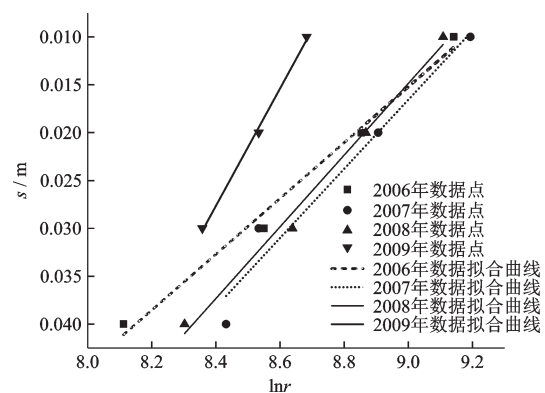


图3 平湖市 $s - \ln r$ 关系曲线

Fig.3 The $s - \ln r$ fitting line of Pinghu

表3 各时间段参数 c_1 、 c_2 数值

Table 3 Parameters of c_1 、 c_2 in each period

年份	c_1	c_2
2006年	0.278	-0.029
2007年	0.341	-0.036
2008年	0.352	-0.037
2009年	0.543	-0.061

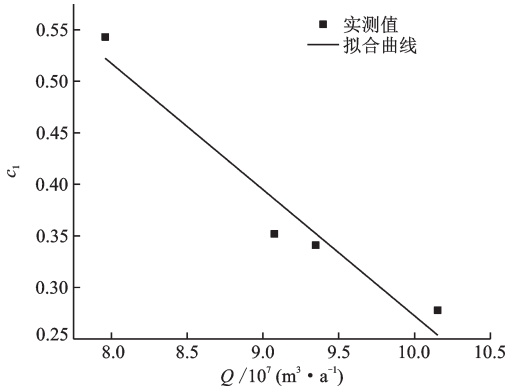


图4 参数 c_1 与年流量 Q 关系

Fig.4 The regression line of parameter c_1 and pumping discharge Q

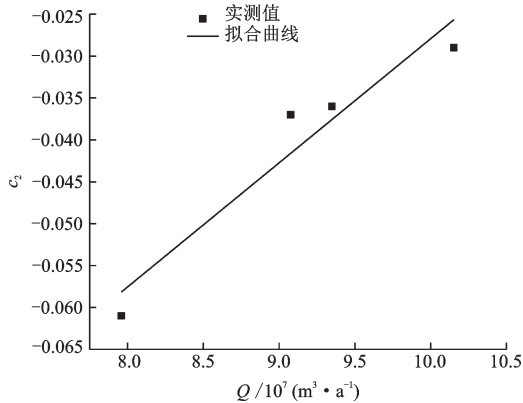


图5 参数 c_2 与年流量 Q 关系

Fig.5 The regression line of parameter c_2 and pumping discharge Q

计算结果为:参数 c_1 与年流量 Q 数值拟合曲线线性相关系数为 91.32%, 参数 c_2 与年流量 Q 数值拟合曲线线性相关系数为 88.96%。所以,在平湖市式 (32)、(33) 变为:

$$c_1 = k_1 Q + m_1 = -1.225 \times 10^{-4} \times Q + 1.497 \quad (38)$$

$$c_2 = k_2 Q + m_2 = 1.482 \times 10^{-5} \times Q - 0.176 \quad (39)$$

平湖市地面沉降公式(30)变为:

$$s_{1a} = c_1 + c_2 \ln R = (-1.225 \times 10^{-4} \times Q + 1.497) + (1.482 \times 10^{-5} \times Q - 0.176) \ln R \quad (40)$$

式(40)即为平湖市图2中标示线上各点的地面

沉降计算值,应用该式可计算该线上各点的地面沉降值,还可根据未来每年流量推算线上各点未来每年的沉降预测值。

表4 参数 k_1 、 k_2 、 m_1 、 m_2 反演结果

Table 4 The inverted results of parameters k_1 、 k_2 、 m_1 、 m_2

k_1	m_1	k_2	m_2
-1.225×10^{-4}	1.497	1.482×10^{-5}	-0.176

3.2 德州市地面沉降工程实例

验证实例的数据源自文献[16],该文献具有1991~2006年15年间4个不等时间段的抽水量及与之对应的观测点沉降数据,可以对本文不相等时段时沉降公式(34)中参数 c_1 、 c_2 与年平均流量 \bar{Q} 间函数关系进行验证。

山东省德州市深层地下水开采始于1965年,目前深层地下水开采深度已达到了800 m,形成以德州市区为中心的区域性地下水降落漏斗。德州市深层地下水开采量统计见表5,德州市地面沉降量等值线如图6所示。验证过程中计算步骤如下:(1)选取图6中直线所示径向为研究方向,取直线附近的5个观测点为研究点;(2)根据文献[22]监测资料提取该5点4个抽水时间段产生的沉降量见表6;(3)拟合5个观测点各4个抽水时间段内沉降一距

表5 研究区深层地下水开采量

Table 5 Statistical table of deep groundwater pumping discharge

年份	开采深度/m	开采量/ $10^4 m^3$
1991~2000年	300~500	18 034
1991~2005年	300~800	34 329
2000~2005年	300~800	16 295
1991~2006年	300~800	39 989

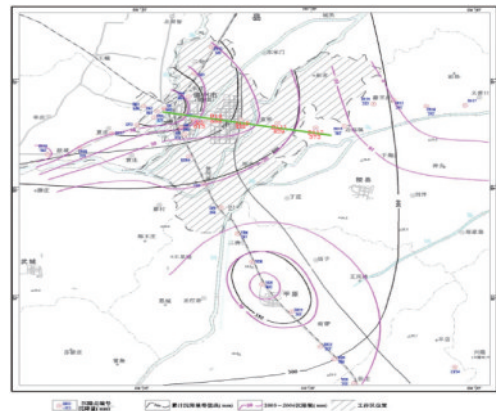


图6 德州市地面沉降量等值线

Fig.6 The contour plot of land subsidence of Dezhou

表6 选取观测点累计沉降量及参数

Table 6 Cumulative settlement at observation site and the distance to pumping center

观测点名称	距抽水中心距/m	累计沉降量/m			
		1991~2000年	1991~2005年	1991~2006年	2000~2005年
Q3	3 416	0.314	0.571	0.613	0.257
D14	4 458	0.267	0.505	0.538	0.238
D110	7 584	0.222	0.449	0.485	0.227
D111	11 116	0.203	0.406	0.429	0.203
D112	14 821	0.187	0.356	0.372	0.169

离的 $s - \ln r$ 半对数曲线如图7所示,得每个时间段的公式(33)中参数 nc_1, nc_2 数值汇总见表7;(4)拟合4个抽水时间段内参数 c_1, c_2 和年平均流量 \bar{Q} 的直线如图8、9所示,得线性关系中参数 k_1, k_2, m_1, m_2 数值汇总见表8。

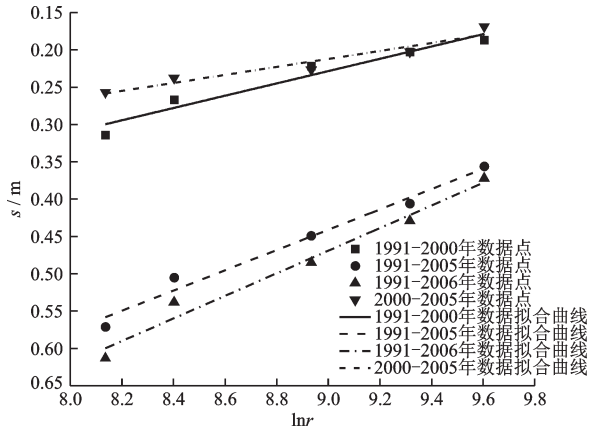


图7 德州市 $s - \ln r$ 关系曲线

Fig.7 The $s - \ln r$ fitting line of Dezhou

表7 各时间段参数 c_1, c_2 数值

Table 7 Parameters of c_1, c_2 in each period

年份	$n/\bar{Q}/10^4$ 年 ($m^3 \cdot a^{-1}$)	nc_1	nc_2	c_1	c_2
1991~2000年	9	2 003.8	0.970	-0.082	0.108
1991~2005年	14	2 452.1	1.660	-0.136	0.119
2000~2005年	5	3 259.0	0.693	-0.053	0.139
1991~2006年	15	2 665.9	1.821	-0.151	0.121

计算结果为:参数 c_1 与年平均流量 \bar{Q} 数值拟合曲线线性相关系数为 97.50%, 参数 c_2 与年平均流量 \bar{Q} 数值拟合曲线线性相关系数为 94.83%。所以,在德州市式(36)、(37)变为:

$$c_1 = k_1 \bar{Q} + m_1 = 2.442 \times 10^{-5} \times \bar{Q} + 0.058 \quad (41)$$

$$c_2 = k_2 \bar{Q} + m_2 = -1.539 \times 10^{-6} \times \bar{Q} - 0.006 \quad (42)$$

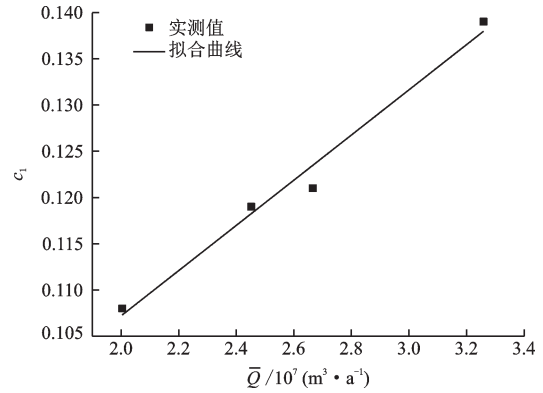


图8 参数 c_1 与年平均流量 \bar{Q} 关系

Fig.8 The regression line of parameter c_1 and average pumping discharge \bar{Q}

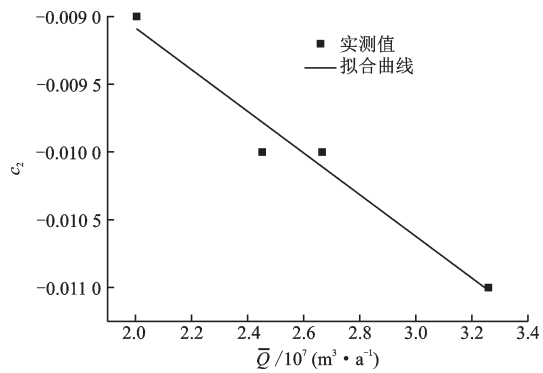


图9 参数 c_2 与年平均流量 \bar{Q} 关系

Fig.9 The regression line of parameter c_2 and average pumping discharge \bar{Q}

表8 参数 k_1, k_2, m_1, m_2 反演结果

Table 8 The inverted results of parameters k_1, k_2, m_1, m_2

k_1	m_1	k_2	m_2
2.442×10^{-5}	0.058	-1.539×10^{-6}	-0.006

德州市地面沉降公式(33)变为:

$$s_{na} = n(c_1 + c_2 \ln R) = n \left[(2.442 \times 10^{-5} \times \bar{Q} + 0.058) + (-1.539 \times 10^{-6} \times \bar{Q} - 0.006) \ln R \right] \quad (43)$$

式(43)即为德州市图6中标示线上各点的地面沉降计算公式,应用该式可计算该线上各点的地面沉降值,还可据未来各1年年平均流量推算线上各点未来某年的沉降预测值。

3 数值算例验证

为避免工程案例验证理论公式的偶然性,应用

地下水流动数值模拟软件 Processing MODFLOW 建立数值模型计算地面沉降,通过两个算例对本文结论进行验证。算例1和算例2均有5个计算工况。算例1中的5个计算工况单井单日抽水量相同,抽水时长不同,反映抽水时长增加导致总流量增加对地面沉降的影响;算例2中的5个计算工况单井单日抽水量不同,抽水时长相同,反映抽水时长不变、总流量增加对地面沉降的影响。

平湖市全市陆域土地总面积为 541.59 km²[17]。天津市和平区、河北区、河东区、河西区、南开区、红桥区、东丽区、西青区和北辰区这9个地面沉降较严重的市辖区面积总和为 1 656 km²,整个土层划分为5个含水层,从上到下依次为第 I 含水层组(粉细砂, 0~ -90 m)、第 II 含水层组(细砂、粉细砂和粉砂, -90~-180 m)、第 III 含水层组(细砂、粉细砂, -180~-280 m)、第 IV 含水层组(细砂, -280~-430 m)和第 V 含水层组(细砂、中砂, -430~-550 m)[18]。根据以上地域面积和土层分布,本文两个数值模型算例面积取为 1 600 km²,深度取为 550 m,土层分布及参数与天津市相同。

3.1 数值软件简介

地下水流动数值模拟软件 Processing MODFLOW 以 MODFLOW 为核心计算程序,通过有限差分法计算三维地下水流动,并与一维固结方程完全耦合求解地面沉降。抽取地下水引起地面沉降的计算由 Interbed Storage 程序包实现[19]。

3.2 算例 1

本算例包括5个计算工况,各工况中模型均为 40 km × 40 km 的正方形区域,面积为 1 600 km²,深度为 550 m,四周为隔水边界。整个土层分为5个含水层,从上到下依次为第 I 含水层组(粉细砂, 0~-90 m)、第 II 含水层组(细砂、粉细砂和粉砂, -90~-180 m)、第 III 含水层组(细砂、粉细砂, -180~-280 m)、第 IV 含水层组(细砂, -280~-430 m)和第 V 含水层组(细砂、中砂, -430~-550 m)。参考文献资料[20-21]及天津地区水文地质资料和土的力学特性参数[22],确定数值模型中参数取值(表9)。

如图 10 所示,每个工况中均布置了5口抽水井,每口井抽水量均为 10 m³/d,5个工况抽水时长分别为 3、6、9、12、15年。抽水量统计结果见表 10。

表 9 模型参数汇总

Table 9 Summary of model parameters

参数	第 I 含水层组	第 II 含水层组	第 III 含水层组	第 IV 含水层组	第 V 含水层组
渗透系数/ (m·d ⁻¹)	0.5~2.5	0.75~0.6	0.6~4.0	0.6~3.0	0.6~5.0
给水度	0.03~0.15				
弹性储水率/ (10 ⁻⁵ ·m ⁻¹)		0.8~4.0	0.9~3.0	0.6~0.4	0.06~0.15
前期固结水头/m	-1	-1	-1	-1	-1
弹性储水因子	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
非弹性储水因子	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06

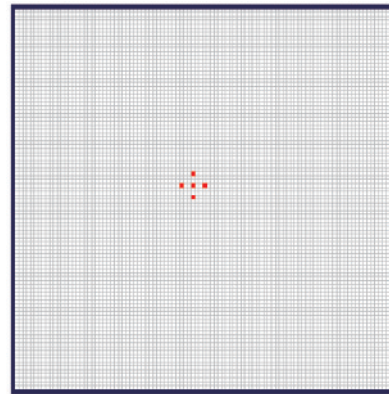


图 10 抽水井布置

Fig.10 Layout of pumping wells

表 10 抽水量统计

Table 10 Statistical table of pumping discharge

工况编号	时长/ 年	日抽水量/ m ³	年抽水量/ m ³	累计抽水量/ m ³
一	3	50	18 250	54 750
二	6	50	18 250	109 500
三	9	50	18 250	164 250
四	12	50	18 250	219 000
五	15	50	18 250	273 750

5个工况抽水导致的地面沉降等值线如图 11 所示。

验证步骤:

(1)从图 11 各工况中分别选取直线 OA、OB、OC、OD 和 OE 与地面沉降等值线的 5 个交点;测得各交点距抽水中心的距离见表 11,拟合出各工况沉降—距离的 $s - \ln r$ 半对数线性关系没区别如图 12 所示,得出每个工况的公式(33)中参数 nc_1 、 nc_2 ,数

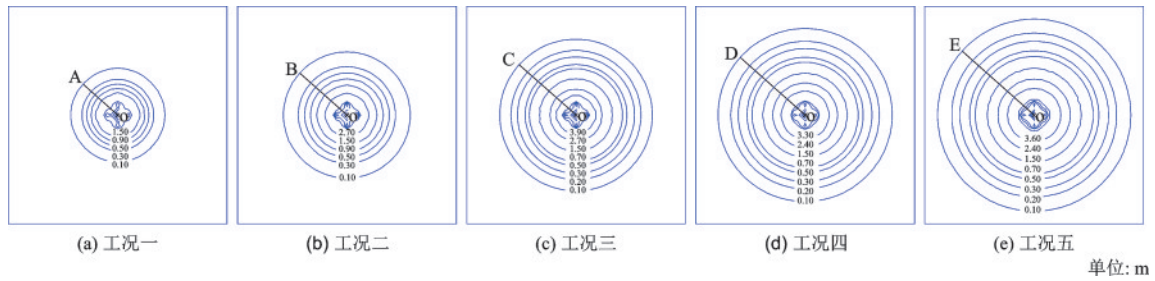


图 11 地面沉降等值线

Fig.11 Land subsidence contour maps

表 11 各研究点距抽水中心实际距离

Table 11 The actual distance of each research point from the pumping center

累计沉降量/m	距抽水中心距离/m				
	OA	OB	OC	OD	OE
1.5	4 119	5 694	6 872	8 028	8 924
0.9	5 039	6 941			
0.7			8 902	10 195	11 288
0.5	5 913	8 094	9 752	11 151	12 380
0.3	6 823	9 296	11 218	12 826	14 249
0.1	7 599	10 342	12 452	14 241	15 818

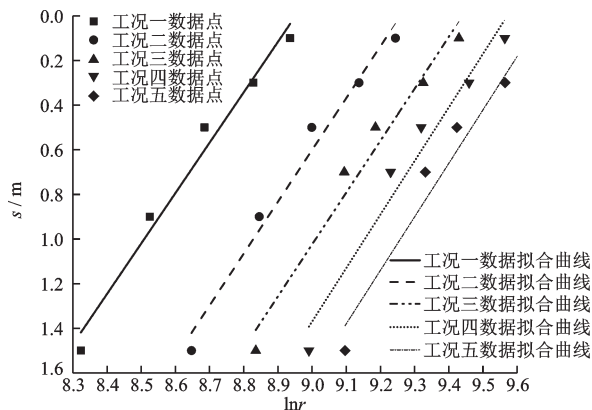


图 12 5个工况 $s - \ln r$ 关系曲线

Fig.12 The $s - \ln r$ fitting line under 5 working conditions

值汇总见表 12; (2) 通过计算得出 5 个工况各自的累计抽水量 Q , 见表 12, 拟合 5 个工况参数 nc_1, nc_2 与每

个工况累计抽水量 Q 的关系如图 13、图 14 所示, 得线性关系中参数 k_1, k_2, m_1, m_2 见表 13。

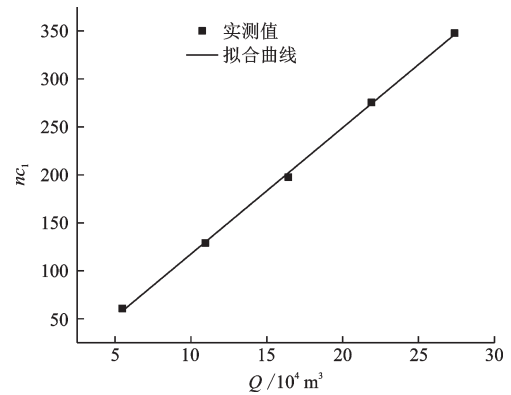


图 13 参数 nc_1 与累计抽水流量 Q 关系

Fig.13 The regression line of parameter nc_1 and accumulated pumping discharge Q

计算结果为: 参数 nc_1 与累计抽水量 Q 数值拟合曲线线性相关系数为 99.92%, 参数 nc_2 与累计抽水量 Q 数值拟合曲线线性相关系数为 99.96%。所以, 在对于本模型式 (32)、(33) 变为:

$$nc_1 = k_1 Q + nm_1 = 0.00132 \times Q - 14.064 \quad (44)$$

$$nc_2 = k_2 Q + nm_2 = -1.339 \times 10^{-4} \times Q + 0.702 \quad (45)$$

本算例地面沉降公式可写为:

$$s = n(c_1 + c_2 \ln R) = (0.00132 \times Q - 14.064) + (-1.339 \times 10^{-4} \times Q + 0.702) \ln R \quad (46)$$

表 12 参数 c_1, c_2 数值

Table 12 Parameters of c_1, c_2

工况编号	n /年	$\bar{Q}/(m^3 \cdot a^{-1})$	Q/m^3	nc_1	nc_2	c_1	c_2
一	3	18 250	54 750	60.653	-6.776	20.218	-2.259
二	6	18 250	109 500	129.051	-13.939	21.509	-2.323
三	9	18 250	164 250	197.558	-20.927	21.951	-2.325
四	12	18 250	219 000	275.566	-28.792	22.964	-2.399
五	15	18 250	273 750	347.764	-35.942	23.184	-2.396

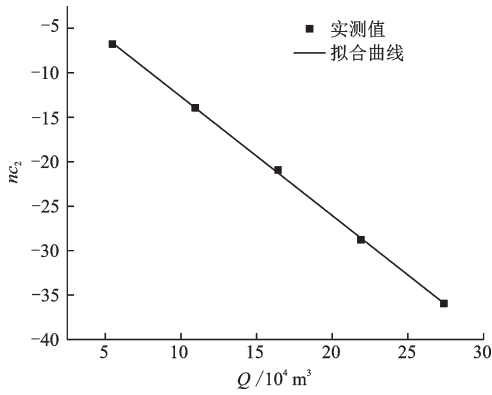


图 14 参数 nc_2 与累计抽水流量 Q 关系

Fig.14 The regression line of parameter nc_2 and accumulated pumping discharge Q

表 13 参数 k_1, k_2, nm_1, nm_2 拟合结果

Table 13 Fitting results of parameters k_1, k_2, nm_1, nm_2

k_1	nm_1	k_2	nm_2
0.001 32	-14.064	-1.339×10^{-4}	0.702

式(46)即为本算例各时间段地面沉降量与累计抽水量间关系表达式。

3.3 算例 2

本算例包括 5 个计算工况,各工况中计算模型与算例 1 相同,均为 $40 \text{ km} \times 40 \text{ km}$ 的正方形区域,面积为 $1\,600 \text{ km}^2$,四周为隔水边界。深度为 550 m ,整个土层分为 5 个含水层,从上到下依次为第 I 含水层组(粉细砂, $0 \sim -90 \text{ m}$)、第 II 含水层组(细砂、粉细砂和粉砂, $-90 \sim -180 \text{ m}$)、第 III 含水层组(细砂、粉细砂, $-180 \sim -280 \text{ m}$)、第 IV 含水层组(细砂、中

砂, $-430 \sim -550 \text{ m}$)。模型中水文地质参数同算例 1,见表 9。

如图 15 所示,5 个工况中均布置了 5 口抽水井,抽水时长均为 3 年,各工况抽水井抽水量分别取为 $10, 15, 20, 25, 30 \text{ m}^3/\text{d}$ 。抽水量统计结果见表 14。5 个工况抽水导致的的地面沉降等值线如图 16 所示。

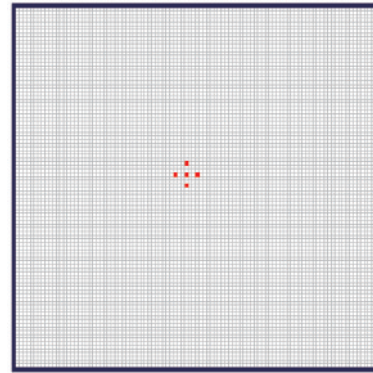


图 15 抽水井布置

Fig.15 Layout of pumping wells

表 14 抽水量

Table.14 Statistical table of pumping discharge

工况编号	时长/年	单井日抽水量/ m^3	多井日抽水量/ m^3	多年累计抽水量/ m^3
一	3	10	50	54 750
二	3	15	75	82 125
三	3	20	100	109 500
四	3	25	125	136 875
五	3	30	150	164 250

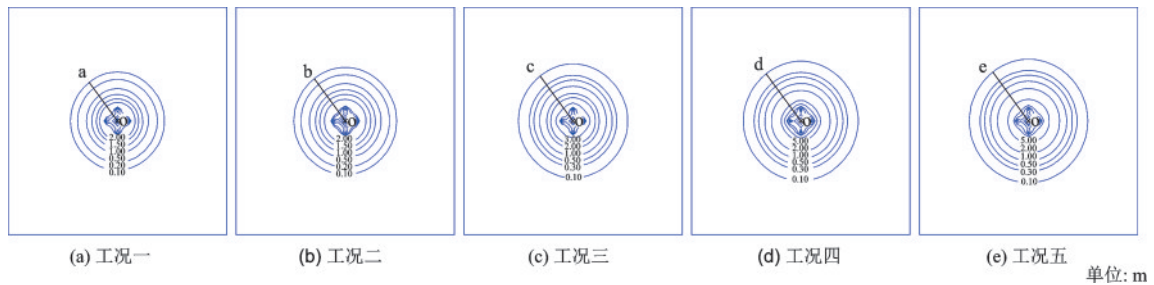


图 16 地面沉降等值线

Fig.16 Land subsidence contour maps

验证步骤:(1)从图 16 中直线 oa, ob, oc, od 和 oe 与各工况的地面沉降等值线取 5 个交点;(2)测得出各交点距抽水中心的距离见表 15;(3)拟合出各工况沉降—距离的 $s - \ln r$ 半对数线性关系如图 17

所示,得出每个工况的公式(37)中参数 nc_1, nc_2 ,数值汇总见表 16;(4)通过计算得出 5 个工况各自的年平均抽水量 \bar{Q} 和累计抽水量 Q (表 16),拟合 nc_1, nc_2 与每个工况累计抽水量 Q 的关系如图 18、19 所示,

表 15 各研究点距抽水中心实际距离

Table 15 The actual distance of each research point from the pumping center

累计沉降量/m	距抽水中心距离/m				
	oa	ob	oc	od	oe
0.1			9 100	9 632	10 017
0.2	6 790	7 707			
0.3			8 344	8 883	9 289
0.5	5 880	6 825	7 448	8 008	8 407
1	4 900	5 761	6 412	6 937	7 343
1.5	4 060	4 914			
2	3 409	3 990	5 104	5 642	5 985

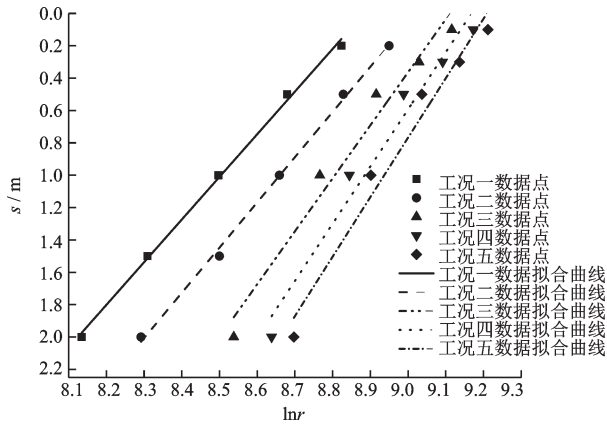


图 17 5 个工况 $s - \ln r$ 关系曲线

Fig.17 The $s - \ln r$ fitting lines under 5 working conditions

表 16 参数 c_1, c_2 数值

Table16 Parameters of c_1, c_2

工况编号	$n/$ 年	$\bar{Q}/$ $(m^3 \cdot a^{-1})$	$Q/$ m^3	nc_1	nc_2	c_1	c_2
一	3	18 250	54 750	70.236	-7.908	23.412	-2.636
二	3	27 375	82 125	75.555	-8.379	25.185	-2.793
三	3	36 500	109 500	89.499	-9.822	29.833	-3.274
四	3	45 625	136 875	97.083	-10.590	32.361	-3.530
五	3	54 750	164 250	101.49	-11.022	33.830	-3.674

得线性关系中参数 k_1, k_2, nm_1, nm_2 数值见表 17; 拟合 c_1, c_2 与每个工况年平均抽水量 \bar{Q} 的关系如图 20、21 所示, 得线性关系中参数 k_1, k_2, m_1, m_2 数值见表 18。

计算结果为: 参数 nc_1 与累计抽水量 Q 数值拟合曲线线性相关系数为 95.74%, 参数 nc_2 与累计抽水量 Q 数值拟合曲线线性相关系数为 95.02%。所以, 本模型式(32)、(33)变为:

$$nc_1 = k_1 Q + nm_1 = 3.07 \times 10^{-4} \times Q + 53.160 \quad (47)$$

$$nc_2 = k_2 Q + nm_2 = -3.07 \times 10^{-5} \times Q - 6.180 \quad (48)$$

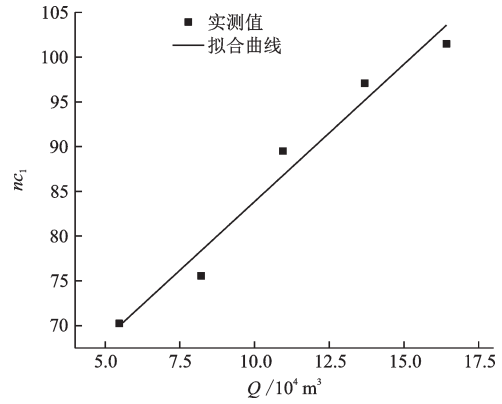


图 18 参数 nc_1 与累计抽水流量 Q 关系

Fig.18 The regression line of parameter nc_1 and accumulated pumping discharge Q

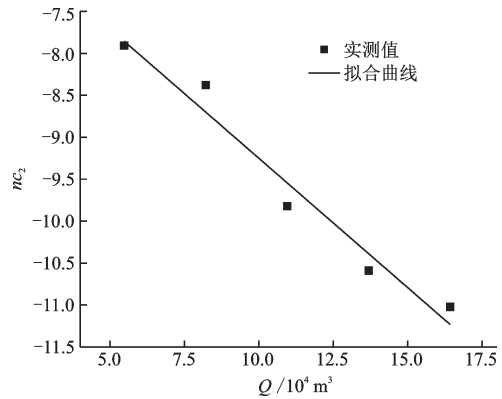


图 19 参数 nc_2 与累计抽水流量 Q 关系

Fig.19 The regression line of parameter nc_2 and accumulated pumping discharge Q

表 17 参数 k_1, k_2, nm_1, nm_2 拟合结果

Table17 Fitting results of parameters k_1, k_2, nm_1, nm_2

k_1	nm_1	k_2	nm_2
3.07×10^{-4}	53.160	-3.07×10^{-5}	-6.180

本算例地面沉降公式可写为:

$$s = n(c_1 + c_2 \ln R) = n[(3.07 \times 10^{-4} \times Q + 53.160) + (-3.07 \times 10^{-5} \times Q - 6.180) \ln R] \quad (49)$$

式(49)即为本算例计算多年累积地面沉降量与累计抽水量间关系表达式。

表 18 参数 k_1, k_2, m_1, m_2 拟合结果

Table18 Fitting results of parameters k_1, k_2, m_1, m_2

k_1	m_1	k_2	m_2
3.070×10^{-4}	17.720	-3.083×10^{-5}	-2.056

计算结果为: 参数 c_1 与年平均抽水量 \bar{Q} 数值拟合曲线线性相关系数为 95.72%, 参数 c_2 与累计抽水量 \bar{Q} 数值拟合曲线线性相关系数为 95.17%。所以,

本模型式(39)、(40)变为:

$$c_1 = k_1 \bar{Q} + m_1 = 3.070 \times 10^{-4} \times \bar{Q} + 17.720 \quad (50)$$

$$c_2 = k_2 \bar{Q} + m_2 = -3.083 \times 10^{-5} \times \bar{Q} - 2.056 \quad (51)$$

本算例地面沉降公式可写为:

$$s = c_1 + c_2 \ln R = (3.070 \times 10^{-4} \times \bar{Q} + 17.720) + (-3.083 \times 10^{-5} \times \bar{Q} - 2.056) \ln R \quad (52)$$

式(52)即为本算例计算每年地面沉降量与年平均抽水量间关系表达式。

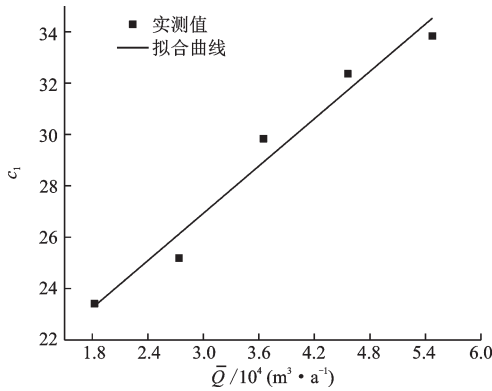


图20 参数 c_1 与年平均抽水量 \bar{Q} 关系

Fig.20 The regression line of parameter c_1 and annual average pumping discharge \bar{Q}

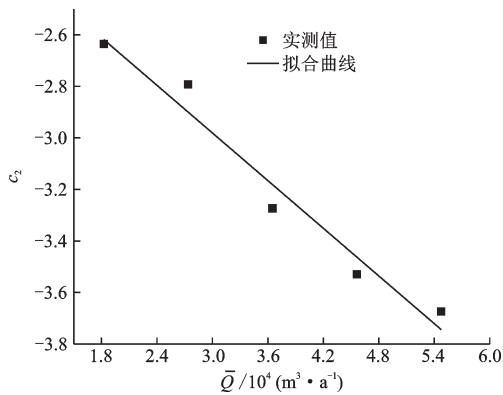


图21 参数 c_2 与年平均抽水量 \bar{Q} 关系

Fig.21 The regression line of parameter c_2 and annual average pumping discharge \bar{Q}

4 结 论

(1)抽水引起的区域性地面沉降中各点沉降值与与沉降中心距离间关系符合半对数线性关系,即:

$$s_1 = c_1 + c_2 \ln R \quad (12)$$

c_1, c_2 与年流量 Q 或年平均流量 \bar{Q} 间符合线性关系,如果抽水一年则形成的沉降值为:

$$s_{1a} = c_1 + c_2 \ln R = (k_1 Q + m_1) + (k_2 Q + m_2) \ln R \quad (31)$$

如果抽水 n 年则形成的沉降值为:

$$s_{na} = n(c_1 + c_2 \ln R) = n[(k_1 \bar{Q} + m_1) + (k_2 \bar{Q} + m_2) \ln R] \quad (34)$$

多年抽水时 nc_1, nc_2 与累计抽水量 $n\bar{Q}$ 对应成线性关系,计算一年抽水引起的地面沉降量 c_1, c_2 与年平均抽水量 \bar{Q} 对应成线性关系。

(2)平湖市与德州市地面沉降与地下水开采量历史监测资料和文中建立的地面沉降模拟模型验证了以上公式。

平湖市图2中标识线上各点每年地面沉降公式为式(40),参数 c_1 与年流量 Q 线性相关系数为91.32%,参数 c_2 与年流量 Q 线性相关系数为88.96%。

$$s_{1a} = c_1 + c_2 \ln R = (-1.225 \times 10^{-4} \times Q + 1.497) + (1.482 \times 10^{-5} \times Q - 0.176) \ln R \quad (40)$$

德州市图6中标识线上各点多年地面沉降公式为式(43),参数 c_1 与年平均流量 \bar{Q} 线性相关系数为97.50%,参数 c_2 与年平均流量 \bar{Q} 线性相关系数为94.83%。

$$s_{na} = n(c_1 + c_2 \ln R) = n[(2.442 \times 10^{-5} \times \bar{Q} + 0.058) + (-1.539 \times 10^{-6} \times \bar{Q} - 0.006) \ln R] \quad (43)$$

(3)为避免工程实例的偶然性,选取地下水流动数值计算软件Processing MODFLOW建立数值模型验证以上公式,也得到良好验证。算例1为群井相同流量不同时长抽水,算例2为群井相同时长不同流量抽水,两算例中参数 c_1, c_2 与累计抽水量 Q 间线性相关系数多在95.00%以上。

参考文献:

- [1] 朱俊高,陆晓平.大面积地面沉降研究现状[J].地质灾害与环境保护,2001,12(4):74-79.
Zhu J G, Lu X P. Review of study on ground subsidence[J].Geological Disasters and Environmental Protection, 2001,12(4):74-79. (in Chinese)
- [2] Gambolati G. The simulation and forecast of land subsidence[J]. Shanghai Land Resources, 2014, 35(4):6-11.
- [3] Burbey T J. Use of time-subsidence data during pumping to characterize specific storage and hydraulic conductivity of semi-confining units[J]. Journal of Hydrology,

- 2003, 281:3-22.
- [4] Janbu N. Subsidence due to ground water and oil withdrawal[C]//Groundwater Effects in Geotechnical Engineering.[S.1]:A.A. Balkema Press, 1987: 303-307.
- [5] Phien-wej N, Giao P H, Nutalaya P. Land subsidence in Bangkok, Thailand [J]. Engineering Geology, 2006, 82:27-42.
- [6] Shi X Q, Xue X Q, Ye Sh J, et al. Characterization of land subsidence induced by groundwater withdrawals in Su-Xi-Chang area, China[J]. Environmental Geology, 2007, 52:27-40.
- [7] Shi X Q, Xue Y Q, Wu J Ch, et al. Characterization of regional land subsidence in Yangtze Delta, China: the example of Su-Xi-Chang area and the city of Shanghai [J]. Hydrogeology Journal, 2008, 16: 593-607.
- [8] 刘飞. 上海市地面沉降变形特征研究[D]. 北京: 中国地质大学, 2002.
Liu F. The research on the characteristics of ground settlement and deformation in shanghai[D]. Beijing: China University of Geosciences, 2002. (in Chinese)
- [9] Wilson A M, Gorelick S. The effects of pulsed pumping on land subsidence in the Santa Clara Valley, California[J]. Journal of Hydrology, 1996, 174:375-396.
- [10] Kihm J H, Kim J M, Song S H, et al. Three-dimensional numerical simulation of fully coupled groundwater flow and land deformation due to groundwater pumping in an unsaturated fluvial aquifer system[J]. Journal of Hydrology, 2007, 335:1-14.
- [11] Domenico Baú, Massimiliano F, Giuseppe G, et al. Surface flow boundary conditions in modeling land subsidence due to fluid withdrawal [J]. Ground Water, 2004, 42(4): 516-525.
- [12] 杨建民, 纪森林. 抽水导致区域性地面沉降中的 $s-lnr$ 线性关系[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(9): 1 606-1 614.
Yang J M, Ji S L. Linear $s-lnr$ relation of regional land subsidence induced by groundwater withdrawal[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(9): 1 606-1 614. (in Chinese)
- [13] 纪森林. 抽水导致区域性地面沉降 $s-lnr$ 线性规律的研究[D]. 天津: 天津大学, 2017.
Ji S L. Study on linear $s-lnr$ relation of regional land subsidence from groundwater withdrawal[D]. Tianjin: Tianjin University, 2017. (in Chinese)
- [14] 杨建民, 隋颜阳, 纪森林. 抽水引起的土层与地面沉降规律[J]. 铁道建筑, 2018(2):92-99.
Yang J M, Sui Y Y, Ji S L. Law of soil layer and ground surface subsidence caused by pumping ground-
- water[J]. Railway Construction, 2018(2): 92-99. (in Chinese)
- [15] 沈慧珍, 吴孟杰, 刘思秀, 等. 杭嘉湖地区地面沉降监测与风险管理成果报告[R]. 浙江: 浙江省地质环境监测院, 上海市地质调查研究院, 2010.
Shen H Zh, Wu M J, Liu S X, et al. Report on land subsidence monitoring and risk management results in hangzhou-jiaxing-huzhou region [R]. Zhejiang: Zhejiang Institute of Geological Environment Monitoring, Shanghai Institute of Geological Survey, 2010. (in Chinese)
- [16] 蔡文晓. 德州市深层地下水开采与地面沉降关系研究[D]. 长春: 吉林大学, 2009.
Cai W X. Research on relationship between deep groundwater exploitation and land subsidence in Dezhou [D]. Changchun: Jilin University, 2009. (in Chinese)
- [17] 刘杏梅, 徐建民, 章明奎, 等. 太湖流域土壤养分空间变异特征分析——以浙江省平湖市为例[J]. 浙江大学学报(农业与生命科学版), 2003, 29(1):76-82.
Liu X M, Xu J M, Zhang M K, et al. Study on spatial variability of soil nutrients in Taihu Lake region—A case of Pinghu city in Zhejiang province [J]. Journal of Zhejiang University (Agric. & Life Sci.), 2003, 29(1): 76-82. (in Chinese)
- [18] 王家兵. 天津深层地下水资源持续利用研究—控制地面沉降条件下[D]. 北京: 中国地质大学, 2006.
Wang J B. Sustainable development of the deep groundwater resource under the condition of controlling land subsidence in Tianjin [D]. Beijing: China University of Geosciences, 2006. (in Chinese)
- [19] George P. Techniques of water-resource investigations of the United States geological survey [J]. Journal of Hydrology, 1970, 11(3):319-320.
- [20] Chiang W H, Kinzelbach W. 3D-Groundwater modeling with PMWIN-A simulation system for modeling groundwater flow and pollution[M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
- [21] Leake S A, Prudic D E. Documentation of a computer program to simulate aquifer-system compaction using the modular finite-difference ground-water flow model [R]. U.S.: Geological Survey, 1991.
- [22] 王礼春. 天津市深层地下水资源及其地面沉降数值模拟研究[D]. 北京: 中国地质大学, 2010.
Wang L Ch. The study on deep groundwater resources and subsidence caused by withdrawal with method of numerical simulation in Tianjin District [D]. Beijing: China University of Geosciences, 2010. (in Chinese)

(本文责编: 池营营)